DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Aristóteles fuera de Boecio: una reconstrucción epagógica de la silogística

Eduardo Antonio Bautista Sánchez*

Resumen. Este texto propone una reconstrucción innovadora del sistema lógico de Aristóteles dentro de la línea reinterpretativa de Smiley y Corcoran basada en *lógicas algebraicas*, pero escapando al canon boeciano al integrar otras herramientas conceptuales de las fuentes, en particular, se propone el uso de términos «negativos» (aquí infinitos) junto a la incorporación del concepto de «*ἐπαγογή*» presente en los *Analíticos Posteriores* como contexto heurístico del sistema expuesto en los *Analíticos Primeros* donde se establecen relaciones explícitas entre dos universos de términos representando las esferas intensionales y extensionales, para generar un marco que permita introducir orgánicamente el *método ectético de prueba*, en cuya formalización y estructuración computable resulta un lenguaje lógico no-clásico más fidedigno a la inferencia silogística.

Palabras clave. Silogística, lógica algebraica, teoría de la prueba, filosofía de la lógica, inferencia.

Aristotle outside Boethius: an epagogic reconstruction of the syllogistic

Abstract. This text proposes an innovative reconstruction of Aristotle's logical system within the reinterpretative line of Smiley and Corcoran based on *algebraic logics*, escaping, however, Boe-

* Actualmente trabaja en la investigación "El contexto de investigación científica de las personas noveles en El Salvador, 2018-2020" con el Centro de Juventudes y Derechos Humanos (CIJ) y la Red Coincidir. Correo electrónico: eduardo.abautista72@gmail.com

thiu's canon by integrating other conceptual tools from the sources, in particular, the use of «negative» terms (here *infinite*) is proposed together with the concept of «*ἐπαγογή*» presented in the *Posterior Analytics* as a heuristical context for the system exposed in the *Prior Analytics*, in which explicit relationships between two universes of terms representing the intensional and extensional realms are established, generating a framework where the *ecthetic proof method* can be organically incorporated, resulting from its formalization and computable structuralization a more fitter non-classical logical language for syllogistic inference.

Key words. Syllogistic, algebraic logic, proof theory, philosophy of logic, inference.

1 Introducción

El sistema lógico de Aristóteles es uno que apenas requiere presentación, siendo uno de los medios más comunes para introducir las ideas de la lógica, con el silogismo teniendo cierta fama implícita de ser la herramienta de inferencia principal en contextos relativamente informales, sin embargo, en la disciplina lógica actual esta posee poca estima, pues en muchos sentidos la concepción especializada actual de la lógica fue desarrollada como estando en oposición a la hegemonía que disfrutó por siglos el sistema aristotélico, como famosamente resume la cita de Quine en sus *Métodos de la Lógica*: "La lógica es viejo tema, y grandioso desde 1879" (Quine, 1962), C. Novaes (2012) explica que este cambio de perspectiva es el producto de nuevas tecnologías mecánicas e intelectuales en la matemática y la computación que recíprocamente reorientarían los objetivos de los programas lógicos mismos hacia la fundamentación de estas disciplinas a través del programa de Hilbert y la resolución del «problema de decisión». Dado este giro, la lógica aristotélica parecía insuficiente: Russell demostró que era incapaz de funcionar cuando se introducen clases vacías (Goddard, 2000), Lukasiewicz

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

(1957) indico que era incapaz de construir predicados mónadicos,[1] y como Tarski lo resume: "Casi toda la lógica tradicional (...) puede reducirse a la teoría de las relaciones fundamentales entre clases, es decir, una pequeña parte de la teoría de clases" (1977, p. 104).

En esta nueva concepción, la lógica era entendida como el estudio de sistema de funciones predicativas con valores de verdad como su codominio, con los conectivos como funciones adicionales, que nuevamente, determinan valores de verdad dependiendo de los de sus argumentos, sin embargo, como expone Dummett (1991, p. 40-44) esta concepción establece límites artificiales a la noción de lógica como una serie de relaciones de «conservación de verdad» entre secuentes, o en la mejor de las circunstancias, a la conservación de «valores designados» entre clases de equivalencia, es decir, álgebras de Lindembaum. Pero no todos los sistemas distintamente aceptados como lógicos pueden ser caracterizados por un homomorfismo a un álgebra finita, como las lógicas difusas o cuánticas con infinitos valores de verdad, mientras que casos operativamente válidos por conservación de valores de verdad como $\neg p \rightarrow q \vee r$: $(\neg p \rightarrow q) \vee (\neg p \rightarrow r)$ no son aceptados por razones epistemológicas y heurísticas en la lógica intuicionista. Si bien siguiendo esta línea argumentativa, Dummett elige generalizar el concepto de lógica con «cuasi órdenes», la noción estrechamente cercana de «operadores de consecuencia» es igualmente adecuada, permitiéndonos entender la lógica como «un conjunto de inferencias válidas, no sólo sentencias válidas» (Czelakowski, 2001, p. 23-24).

Precisamente continuando esta línea de investigación (iniciada por un Tarski posterior al citado), T. Smiley (1973) hizo uso de estas herramientas para recontextualizar la idea del silogismo aristotélico con mayor exactitud, juzgando correctamente que la interpretación de Lukasiewicz (1957) sobre los modos silogísticos como condicionales era teóricamente incompatible con los textos originales de Aristóteles, y una imposición arbitraria para hacerla encajar dentro de la lógica de primer orden, proponiendo en vez una interpretación más orgánica, como un sistema de reglas deductivas sobre sentencias hechas con funciones específicas, esto es, *un operador de consecuencia*, cerrando el círculo.

[1] Sin mencionar la crítica histórica que presenta Lukasiewicz en su artículo de 1934 (presenta en la compilación inglesa, i.e. Lukasiwicz, 1979), donde declara a la lógica estoica como verdadera precursora de la lógica contemporánea, dado su poder computacional superior con menores compromisos ontológicos.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

De esta manera, junto a Corcoran (1972), renació el interés en la lógica aristotélica, siendo fomentado por las formalizaciones de autores como Smith (1983), Martin (1997) y Glashoff (2005, 2010), en cuya tradición el sistema aquí presentado recae; habiendo dicho eso, los lenguajes usados en estas lógicas heredan su estructura de la interpretación de Boecio, y a pesar de que está justificadamente basada en An.Pr.*24a18-19*, los cuatro tipos canónicos de sentencias no son suficientes para desarrollar completamente las intenciones del Estagirita, y se decide alternativamente seguir la influencia del estudio semántico de L. de Rijk (2002a, 2002b) más filológica e históricamente determinado, con el interés de construir un sistema lógico más filosóficamente consistente con las ideas efectivas de Aristóteles, el cual resulta inevitablemente como un sistema no-clásico *divergente* (siguiendo las categorías de Haack, 1996) en tanto requiere un conjunto de teoremas distinto al sistema de primer orden, tal como se demostrará en §4.

Por lo demás, y como intención implícita, se espera que las ideas generales presentadas en este proyecto sirvan también para ejemplificar una metodología de construcción de sistemas lógicos particulares desde teorías o sistemas filosóficos, entendida en tres momentos: (*i*) hermenéutico, (*ii*) formalizador, en el sentido de la *traducción conceptual* de Novaes (2007, §4.4) como el proceso de absorber la estructura conceptual de una teoría informal para luego ser reproducida por una serie de elementos del sistema, y (*iii*) sistematizador-deductivo, en el sentido de Tarski (1977) como sistematización lógico-algebraica, es decir, computable. Este planteamiento esquemático funciona como posible base de una propuesta sobre los procesos necesarios para esta clase de transición.

2 Cambios sintácticos

La desviación principal del sistema aristotélico presentado al respecto de otras reconstrucciones, es la adición de dos nuevos tipos de proposiciones, *singulares concretas* y *singulares substanciales*. Ambos tipos de proposiciones satisfacen una función análoga en nuestra sintaxis como medios necesarios para construir sentencias particulares y universales respectivamente, que también puedan tratar con *términos «negativos»*, o como les llama

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

de Rijk (2002a), *onomas infinitos*[2] (en oposición a términos regulares), de esta manera podemos evadir el establecimiento de 16 tipos de sentencias (representando las posibles permutaciones de términos finitos e infinitos por cada tipo canónico de proposición) requiriendo solamente 8, haciendo al sistema más computacionalmente eficiente.[3]

Esta no es una elección puramente funcional ya que la idea es tomada de la discusión en los *Analíticos Posteriores* sobre los *principios* o *«ἀρχαί»* del proceso inductivo de la *«ἐπαγωγή»* (99b15-16), estos son entendidos por de Rijk como *dictums-incompletos* (en adelante *sentencias-incompletas*), significando una sentencia que afirma (o niega) la presencia de un conjunto particular de formas perceptibles en una entidad inmediata, fijándose como un punto de partida (como expresión de intensiones mentales[4]) en el proceso de comparación y familiarización de las propiedades de entidades ostensivas a través de las cuales se construyen universales (de Rijk, 2002a, p. 733-738).

Como las *sentencias-incompletas* generan *sentencias-completas* puede ser entendido por medio del marco epistemológico de Aristóteles, que asume que los «universales» (tanto las categorías fundamentales como los conceptos que son construidos subsecuentemente por medio de estas) son

2 De Rijk elige este nombre siguiendo la interpretación de la palabra «αόριστον», la cual es usada por Aristóteles en referencia al caso en que una sentencia denota *carencia* de presencia (ver *16a30-34* en An.Pr.), el sujeto de la sentencia en cuestión puede ser determinado como *cualquier cosa pero la entidad negada*, es decir, posiblemente cualquier otra cosa en el universo. Naturalmente, esta concepción sólo puede ser solidificada cuando una interpretación semántica apropiada se establece para la sintaxis, pero la intuición de su «negatividad» puede ser indicada funcionalmente por medio de las relaciones sintácticas de contradicción entre cada par de ε y χ, como se verá en la siguiente sección.

3 Esta es la misma cantidad de «esquemas» que aparecen en el cubo de Reichenbach (1952), sin embargo en este caso, dos versiones de cada proposición canónica son establecidas, alterando la estructura y comportamiento esencial del silogismo aristotélico más allá de lo inferible de los Analíticos Primeros, en nuestro caso sin embargo los cuatro tipos adicionales de proposiciones no participan directamente del silogismo, sino que intuitivamente constituyen las proposiciones canónicas como será visto, de esta manera los términos pueden ser integrados como finitos o infinitos sin alterar la estructura de los silogismos mismos.

4 Como de Rijk menciona en la nota [513] en (de Rijk, 2002a): «[...]. Concuerdo con Kahn (1981, p. 385) en que en Aristotéles no hay una dicotomía real entre una perspectiva conceptual y proposicional de los *ἀρχαί*;[...]» («[...]. I agree with Kahn (1981, p. 385) that there is in Aristotle no real dichotomy between a conceptual and a propositional view of the *ἀρχαί*; [...]», en el original).

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

constituidos a partir del aislamiento de propiedades que nuestra senso-percepción «utiliza» para determinar la aprehensión de entidades concretas, y que por medio de comparaciones inductivas se componen conceptos más generales que agrupan las entidades que manifiestan ciertos conjuntos de propiedades, en particular, esta es la interpretación hecha de la sección *100a14-b5* en *An.Pos. II 19*, siguiendo a de Rijk en vez de la traducción de H. Tredennick (Aristóteles, 1960):

> Lo que ha sido expuesto hasta ahora, pero no de manera clara, volvamos a exponer. Cuando uno de los objetos indiferenciados se sitúa, primero una impresión universal [esto es, *aparición*] ocurre en la mente; pues aunque es el particular que es percibido, la percepción concierne a lo que es común universalmente (*τοῦ καθόλου*), por ejemplo, 'hombre', no Callias el hombre. De nuevo se hace una detención entre estos objetos, hasta que lo que ya no es analizable, viz. los universales [esto es, las diez categorías] se sitúen. Por ejemplo, tal animal se sitúa, hasta que 'animal' deviene, y dentro del concepto de 'animal' similares detenciones se hacen. Por tanto es claro que es necesario para nosotros el hacernos familiares con los datos primarios (*τὰ πρῶτα*) por inducción. Pues en efecto (*καὶ γὰρ*) es de esta manera [esto es, por inducción] que la percepción insta o que es universal (de Rijk, 2002a, p. 729-730).[5] [6]

[5] En el original: «What we have just now said but not said clearly, let us state again. When one of the undifferentiated items makes a stand, first an universal impression [i.e. phantasm] occurs in the mind; for although it is the particular that is perceived, the perception concerns what is universally common (τοῦ καθὸλου), e.g. 'man', not Callias the man. Again a stand is made among these items, until what is no further analyzable, viz. the universals [i.e. the ten categories] makes a stand. For example, such-and-such an animal makes a stand, until animal comes about, and within the concept of 'animal' similar stands are made. Thus it is clear that it is necessary for us to become familiar with the primary data (τὰ πρῶτα) by induction. For in fact (καὶ γὰρ) it is in this fashion [i.e. by induction] that perception instills what is universal».

[6] La diferencia principal con la traducción de 1960 es que el proceso parece revertido, con los universales próximos (las categorías) siendo innatas y por medio de este proceso de detención resultan conceptos más específicos (universales últimos) que se identifican con los *τὰ πρῶτα*.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Siguiendo esta interpretación, podemos usar este tipo de proposiciones para construir de manera orgánica sentencias particulares afirmativas como afirmaciones individuales sobre la presencia o carencia de dos términos (si son finitos o infinitos) en una entidad concreta, y equivalentemente para las particulares negativas dado que dicha instancia concreta implica que no es el caso que para cualquier entidad que presente (o carezca) un término debe de manifestar otro (o no); el primer proceso en efecto es lo expresado por la reglas *EK1*, mientras que el segundo resulta de seguidamente aplicar al resultado de *EK1* la regla *EK2* como se explicará en §3.1.

Esta misma idea es funcionalmente aplicada al caso de los singulares substanciales, pero no se puede decir que es tomada directamente de algún texto aristotélico, sobre todo, es el resultado de un interés de economía sintáctica para el sistema y de mantener la habilidad de cuantificar discretamente sobre el dominio de términos aristotélicos, es decir, el plano intencional, que sería la función de las proposiciones tipo *I* en la interpretación de Glashoff (2010); adicionalmente, esto nos provee una manera orgánica de construir sentencias universales afirmativas por medio de la regla *UA-I*, que inclusivamente puede ser transitivamente enlazada con una cuantificación sobre entidades ostensivas por *saturación* (Definición 3.7).

Por último, esto también influencia el conjunto de las reglas de inferencia que están presentes en nuestro sistema, principalmente la adición de *reglas ectéticas*, redefiniendo la idea de Smith (1983) por medio de nuestros nuevos tipos proposicionales, haciendo más explícito el carácter de «exposición (de una instancia)» (*ἐκθεμένους*) donde cierta propiedad «subsiste» o «no subsiste» (*ὑπάρχει o μὴ ὑπάρχει*,[7] dependiendo si el término es referenciado finita o infinitamente), manera en la que Aristóteles describe estos métodos de prueba ahora conocidos como «ectéticos», y en la que las reconstrucciones lógico-formales hasta el momento han fallado en reproducir;[8] dadas estas reglas junto a métodos directos e *indirectos* de deducción, es

[7] Elegimos traducir el verbo ὑπάρχει como «subsistir» de entre sus otros posibles usos de aquí en adelante, precisamente por el hecho de que Aristóteles lo utiliza en referencia a la relación de subsistencia de propiedades en sujetos.

[8] De hecho, en (Smith, p. 228) se indica el carácter ostensivo del elemento que es usado en la prueba que aparece en *28a24-25 en* An.Pr., y lo deseable de un símbolo apropiado con una categoría semántica diferente para expresar apropiadamente la intención original.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

posible deducir la mayoría del núcleo inferencial silogístico (según Corcoran (1972), los cuatro silogismos perfectos más las tres reglas de conversión con los dos métodos de inferencia mencionados[9]) resultando en un sistema de ocho reglas de inferencias, tres de las cuales no están relacionadas con la silogística en sí, pero que pueden introducir computacionalmente las sentencias universales afirmativas de manera *epagógica*, probando con las otras cinco (*EK1, EK2, P-I, A-Con* y *PS1*) que es posible reproducir los 24 silogismos de la extensión medieval de la silogística aristotélica.

3 Sintaxis

3.1 Lenguaje

Por $T_u=\{u_1,u_2,...\}$ denotamos los términos atómicos (análogos a las denominadas «entidades concretas»), por $T_t=\{t_1,t_2,...\}$ los términos aristotélicos y por ε,χ,A,I,¬,~ las constantes lógicas, componiendo el lenguaje $\mathcal{L}$. Las *fórmulas bien formadas* (*wff* por sus siglas en inglés) de nuestro lenguaje $\mathcal{L}$ consisten de todas las proposiciones de cualquiera de las siguientes tres formas: la primera, $\varepsilon(u_i,[\sim]t_j)$ donde la posible presencia de «~» frente a un término aristotélico significa que es un *término infinito* como opuesto a un *término finito*, y puede ser leído como la *carencia* de t_j en u_i y toda wff puede ser leída como «el término atómico u_i es un [no] t_j»; la segunda, $\chi(t_i,[\sim]t_j)$ con la misma lectura para «~» (solo aplicable al segundo argumento de χ), y la wff completa puede ser entendida como «el término aristotélico t_i es uno [no] t_j»; por último tenemos la forma $[\neg]S([\sim]t_i,[\sim]t_j)$, donde el posible símbolo «¬» significa la negación del resto de la wff, es decir, que el resto de la wff *no es el caso, «S»* puede ser *A* o *I* y toda la fórmula puede ser leída como «[no es el caso que] todo [no] t_i son [no] t_j» si $S=A$ y «[no es

[9] Es de hacer notar que K. Glashoff prueba que hay múltiples subsistemas suficientes para reproducir el sistema de los 24 silógismos que podrían ser menor tamaño dependiendo de los métodos de derivación (Glashoff, 2005, p 5), también Corcoran pudo derivar el mismo sistema usando sólo las reglas E-con, A-pcon, PS1 y PS2 por medio de un tercer método de deducción por contrarios.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

el caso que] un [no] t_i es un [no] t_j». Para cualquier proposición d ∈{L} su contradictorio es definido como[10 11]:

- $C(\varepsilon(u_i,t_j))=\varepsilon(u_i,\sim t_j)$, $C(\varepsilon(u_i,\sim t_j))=\varepsilon(u_i,t_j)$
- $C(\chi(t_i,t_j))=\chi(t_i,\sim t_j)$, $C(\chi(t_i,\sim t_j))=\chi(t_i,t_j)$
- $C(I([\sim]t_i,[\sim]t_j)) = \neg I([\sim]t_i,[\sim]t_j)$, $C(\neg I([\sim]t_i,[\sim]t_j)) = I([\sim]t_i,[\sim]t_j)$
- $C(A([\sim]t_i,[\sim]t_j)) = \neg A([\sim]t_i,[\sim]t_j)$, $C(A([\sim]t_i,[\sim]t_j)) = \neg I([\sim]t_i,[\sim]t_j)$

Mientras que, para cualquier término, la doble negación se aplica, a saber: $t_i=\sim\sim t_i$, $\sim t_i=\sim\sim\sim t_i$.

3.2 Reglas de inferencia

Para cualquier conjunto de proposiciones de $\mathcal{L},\Gamma$ podemos definir un operador de cierre[12] $\Phi: \Gamma\rightarrow\Gamma$ que genera un nuevo conjunto Γ_j desde uno

[10] Cuando el operador «~» antecede a cierto término t_x en una sentencia del tipo $A,I,\neg A$ o $\neg I$, su contradictorio tendría que poseer «~» frente al mismo término.

[11] Como se observa, las relaciones contradictorias esenciales del cuadro de oposición original se conservan, con «$\neg A$» representando las proposiciones de tipo «*O*» (particulares negativas) y «$\neg I$» las del tipo «*E*» (universales negativas), aunque su funcionalidad directa en el sistema interpretado tiene ciertas peculiaridades semánticas (ver §5.1). En un sistema apropiadamente interpretado semánticamente las formas $\neg A$ e I serían satisfechas por un conjunto de objetos que satisfacen también un par de sentencias ε (parte de las cuales habitan el subconjunto de elementos atómicos) siguiendo las reglas *EK2, PI* y *PE*, mientras que las sentencias de las formas A y $\neg I$ serían satisfechas por una cuantificación sobre conjuntos de sentencias χ, siendo ellas mismas satisfechas por elementos solamente pertenecientes al subconjunto de elementos aristotélicos, siguiendo las reglas *UA-I, EK2* y *EKC*.

[12] Dado el hecho que, como se probará pronto, el siguiente sistema de inferencia puede ser extendido al sistema de los 24 silogismos aristotélicos y que los términos infinitos funcionan de manera análoga a los finitos en esté, parecería intuitivo que este sistema heredará las propiedades computacionales probadas por Glashoff (2010) como la de *confluencia local*, sin embargo se deben de tomar consideraciones adicionales dada la presencia de dos tipos nuevos de proposiciones y el dominio adicional de variables T_u.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

original Γ_i tal que $\Gamma_j = \Gamma_i \cup \{\gamma_n, \gamma_{n+1}, \cdots\}$ donde $\gamma_{n+1} \in L$. Este operador de cierre se define alrededor de las siguientes reglas de inferencia:[13]

1. Introducción del Universal Afirmativo - (UA-I):

$$\frac{\chi(x,t_i)[x/x \in T_t] \vdash \chi(x,t_j)[x/x \in T_t]}{A(t_i,t_j)}$$

2. Eliminación del Universal Afirmativo - (UA-E):

$$\frac{\vdash A(t_i,t_j)}{\chi(t_i,t_j)}$$

3. Transitividad del Término Finito - (FT):

$$\frac{\vdash \chi(t_i,t_j) \qquad \vdash \chi(t_j,t_k)}{\chi(t_i,t_k)} \text{ (si } t_i, t_j, t_k \text{ son finitos)}$$

4. Ectesis 1 - (EK1):

$$\frac{\vdash \epsilon(u_k,t_i) \qquad \vdash \epsilon(u_k,t_j)}{I(t_i,t_j)}$$

5. Ectesis 2 - (EK2):

$$\frac{\vdash I(t_i,t_j)}{\neg A(t_i,\sim t_j)}$$

[13] Toda regla es válida tanto para términos finitos e infinitos (excepto por *TF* como se establece en su condición lateral), dado que el tipo de sentencia en sí pueda tomarla como argumento (es decir, que esté definida para argumentos que son subconjuntos de T_j), naturalmente en los lugares donde un término es precedido por «~» el uso de un término infinito $\sim t_j$ le haría finito ($\sim\sim t_i = t_i$).

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

6. Eliminación del Particular - (P-E):

$$\frac{\vdash \neg A(t_i, t_j)}{\epsilon(u_k, t_i), \epsilon(u_k, \sim t_j)}$$

7. A - conversión - (A-con):

$$\frac{\vdash A(t_i, t_j)}{I(t_i, t_j)}$$

8. Barbara - (PS1):

$$\frac{\vdash A(t_i, t_j) \qquad \vdash A(t_j, t_k)}{A(t_i, t_k)}$$

Como se observa, nuestro sistema solo conserva dos de las reglas básicas dispuestas por Corcoran, pero será probado que el resto de la silogística puede ser derivada de nuestras reglas por deducción directa o indirecta como establecidas en la Definición 3.3, por lo demás, las primeras tres reglas están puramente interesadas con la esfera intensiva de los términos aristotélicos o *géneros*, que siguiendo a las secciones *1041b11-28* y *1043b32-1044a11* en la *Metafísica* (Aristóteles, 1975, 1998) se entiende como una unidad quidditativa de propiedades senso-perceptivas o *definiens* (εἶδος) y la posible materia en que pueden «plasmarse», a través de la cual diferentes entidades pueden identificarse inicialmente antes de *especificarse* más;[14] el género por sí mismo es una herramienta puramente lógica, que es construida relativa

[14] La siguiente cita en (De Rijk, 2002b, §10) provee una intuición clarificadora de esta unidad que identifica como *ousía*: "La idea subyacente es que cosas específicas, por ejemplo, los varios tipos de sonido (vocal, silbante, gutural) pueden ser consideradas como «hechas de» sonido así como siendo diferentes especies genéricas de sonido. Entonces uno podría ver las cosas de una u otra manera; pero aún hay una diferencia en tanto que género visto como «materia» es el constituyente óntico de la cosa, mientras que el género tomado como superior a sus diferentes especies inferiores es solo una herramienta lógica" (p. 287).

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

a los grupos de especies (términos aristotélicos por sí mismos), en última instancia, el género primitivo a través del cual se construyen otros más abstractos son la conceptualización del haz de impresiones perceptivas de las entidades concretas (principio explicado en *An.Pos.100a14-b15*, y reproducido por la Definición 3.7). A pesar de que estos términos son hasta este punto putativamente «aristotélicos» (puesto que no hay aún una interpretación en el sentido tarskiano), la regla *UA-I* escencializa proposicionalmente el proceso de correlacionarlos en una jerarquía de género-especie a través de afirmaciones universales, mientras que las reglas *UA-E* y *TF*[15] ayudan a propagar una misma relación entre términos individuales χ-relacionados al primer argumento de la afirmación universal, funcionando como la inversión del proceso de UA-I.

Nuestra versión de las reglas ectéticas difieren enormemente de las interpretaciones anteriores[16] hechas de las tres instancias del método ectético presentes en An.Pr.*28b17-23*, An.Pr.*28a24-25* y An.Pr.*30a4-14*. En las tres secciones es claro que un proceso equivalente es usado, donde un objeto *individual* es seleccionado (*ἐκθεμένους*) de un subconjunto de alguno de los géneros, su intersección o diferencia, siendo que en cualquiera de estas situaciones la relación de inmanencia o carencia de cada género con el objeto puede ser expresado como un par de *dictums incompletos* (es decir,

15 Limitamos *TF* a términos finitos primeramente por la estructura de las χ-sentencias donde ni el primer término ni el medio (siendo el primer argumento en la segunda premisa) podrían ser infinitos, y luego en el caso del término extremo, resultando imposible si se desea representar adecuadamente la relación metafísica de especificación, puesto que un género siendo un *no-algo* solo implica que el conjunto de propiedades que representa dicho término *no es necesario*, pero una especie particular del género podría presentar dichas características.

16 Smith diseña su silogística «SE» utilizando el ectesis como una serie de introducciones y eliminaciones de cada proposición particular, partiendo de que cada proposición está relacionada silogísticamente a un par de proposiciones universales Smith puede evadir tener que establecer reglas de introducción pues pueden ser suplidas por medio de la derivación de *Darapti* y *Felapton* usando los silogismos perfectos (Smith, 1983, p. 228), naturalmente las reglas de eliminación ectéticas dejarían un equivalente a las premisas de Darapti y Felapton; sin embargo Smith ya hace alusión a la posibilidad de usar «diferentes categorías semánticas» para una representación más fidedigna de la ectesis similar a la instanciación existencial en los lenguajes de primer orden, postulando en este artículo una solución en dicha vía al diseñar las reglas ectéticas con elementos fuera de la tradición boeciana. Por otro lado, J. Martin (1997) interpreta la ectesis como condiciones de saturación, lo cual se suple aquí de otra manera como se verá en la Definición 3.7.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

sentencias ε), justificando la sintetización de una afirmación particular con las relaciones de inmanencia equivalentes, teniendo la expresión de este principio general en *EK1*, y desde el cual en cada caso se sigue un silogismo perfecto que resulta en una conclusión adecuada con la asistencia de alguna conversión especial.[17]

De estas conversiones ectéticas especiales tomamos la expresada por *EK2* como primitiva, resultando del siguiente análisis de An.Pr.*28b17-23*: se empieza por la subsección An.Pr.*28b17-18* donde se establecen condicionalmente las premisas del silogismo: «*εἰ γὰρ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ τὸ δὲ Π τινὶ μὴ ὑπάρχειν*», con la primera parte (*εἰ γὰρ τὸ Ρ παντὶ τῷ Σ*) indicando la suposición de la premisa universal de Baroco, es decir, «si P [recae] sobre todo *Σ*» o *A(s,r)*, y la segunda parte (*τὸ δὲ Π τινὶ μὴ ὑπάρχειν*) enunciando la sentencia particular negativa ¬*A(s,p)* como la «carencia» de una presencia substantiva (*μὴ ὑπὰρχειν*) de *Π* sobre algún(os) elemento(s) de *Σ* (que un subconjunto de Σ no posee substancialmente a *Π*), seguidamente en An.Pr.*28b21-22* tenemos: «*δείκνυται δὲ καὶ ἄνευ τῆς ἀπαγωγῆς, ἐὰν ληφθῇ τι τῶν Σ ῷ τὸ Π μὴ ὑπάρχει*» indicando que hay alguna manera de deducir la conclusión sin «*per impossibile*» (*δείκνυται δὲ καὶ ἄνευ τῆς ἀπαγωγῆς*[18]) al «tomar algún *Σ* al cual *Π* no se aplica» como es traducido en (Aristóteles, 1962, p. 229), pero es importante poner especial atención al verbo utilizado, «*ληφῇ*» que es la declinación pasiva de «tomar», siendo lo tomado «*τι*», *algo concreto* (en oposición a la simple señalización de un subconjunto), determinando un posible significado más preciso «si (*ἐὰν*) algo es tomado de *Σ* (*τῶν Σ*) en lo que Π no subsista (*μὴ ὑπάρχει*)», refiriéndose a la exposición de un ejemplo que carece Π, a saber, *una proposición particular afirmativa con un término infinito como su segundo miembro*, esto es, *I(s,~p),* resultando inmediatamente un silogismo por medio de *Darii* con la conclusión *I(r,~p)* de donde debe de seguir una «conversión» intuitiva que resulte en ¬*A(r,p)*.

Esta elección interpretativa es la más justificable dado que (*i*) no se mencionan pasos adicionales en la sección luego de acertarse que la nueva premisa es suficiente, por lo que un silogismo de la primera figura debe

17 Con la excepción de An.Pr.*28a24-25* donde la sentencia particular es la conclusión, como se ve en §3.4.

18 Siendo la pequeña prueba que precede en An.Pr.*28b19-21* por este método.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

de implicarse *necesariamente* (pues de estos se deduce el resto, en conjunción con los tres métodos de prueba) y (*ii*) ninguno de los silogismos de la primera figura puede interactuar con una premisa particular negativa, dejando como únicas opciones restantes otra premisa universal, afirmativa o negativa, no solo careciendo de coherencia contextual (ya que se parte de la elección de un individual) sino que los silogismos resultantes, *Barbara* y *Celarent*, generan conclusiones universales, y solo sobre la primera podría aplicarse una conversión que sería esencialmente igual a la asumida. Continuando con la interpretación propuesta, para que la conclusión sea coherente con el fin propuesto de la prueba, solo queda suponer que para Aristóteles el hecho que la conclusión resultante incluya un término infinito le hace un complemento conceptual de la correspondiente sentencia particular negativa sin un término infinito, es decir, $\neg A(r,p)$, precisamente *como su ejemplo*;[19] esta conversión implícita queda explícita en la regla *EK2*; los dos casos ectéticos restantes son explorados en §3.4.

Por último, la regla *P-E* expresa el proceso inverso a *EK1*, pues si dos sentencias ε con el mismo término concreto sintetizan una sentencia particular afirmativa al tener a dicho elemento como su representante implícito, igualmente una sentencia particular negativa debe de tener un representante concreto que funcione como ejemplo de la no satisfacción de cierta relación de inmanencia entre los elementos de dos géneros, en efecto, podría argüirse que este es el primer paso intermedio que deja tácito Aristóteles en el caso anterior, y en general cierra el mecanismo que garantiza la capacidad del sistema de poder pasar de proposiciones particulares negativas a afirmativas y viceversa.

Habiendo establecido estas reglas, podemos proceder y definir nuestros métodos de deducción como reglas meta-inferenciales.

3.3 Definición, Deducción directa e indirecta

1. *Una deducción directa (DD) de una sentencia γ_i desde un conjunto de sentencias Γ es una lista finita de reglas aplicadas empezando con un subconjunto de sentencias de Γ y termina con γ_i, donde cada subsecuente*

19 Véase el segundo ejemplo en §3.6 para la reconstrucción formal.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

elemento de la lista es o una línea anterior o una aplicación de las 8 reglas que componen ϕ_{Γ}.

2. *Una deducción indirecta (DI) de la sentencia* γ_i *desde un conjunto de sentencias* Γ *es una deducción directa de un par de sentencias contradictorias* γ_j *y* $C(\gamma_j)$ *desde* $\Gamma \cup \{C(\gamma_i)\}$.[20]

Un árbol de deducción para una deducción indirecta (donde $X,Y \subseteq \Gamma$) formalmente se mira como:

$$\frac{X, C(\gamma_i) \vdash \gamma_j \qquad Y, C(\gamma_i) \vdash C(\gamma_j)}{X, Y \vdash \gamma_i}$$

Llamaremos a un conjunto de sentencias *inconsistentes* en el caso que sea posible derivar dos proposiciones contradictorias a través de cualquiera de estos dos métodos a partir de subconjuntos de proposiciones en el conjunto. De otra manera será llamado *consistente*.

3.4 Lema. Inferencia de las reglas ectéticas restantes

Como se mencionó anteriormente, hay otras dos instancias donde Aristóteles usa el método ectético con otras transformaciones proposicionales, sin embargo, las reglas que representan su formalización en la interpretación presentada pueden ser derivadas con el conjunto dispuesto de reglas primitivas, aun así, estás se mostrarán útiles para derivar el resto de la silogística de manera equivalente a como se usan en los *Primeros Analíticos*; añadimos una tercera regla como una inversión complementaria y orgánica al espíritu del proceso.

Empezamos con An.Pr.*28a24-25* siendo el más directo, esencialmente Aristóteles propone que es posible derivar *Darapti* (que posee dos proposiciones universales con el mismo primer argumento Σ) a través de tres métodos: una conversión en dos pasos con las reglas dispuestas en la sección

20 Este por supuesto, es el famoso método de prueba *per impossibile*.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

25a terminando con *Darii*, por *per impossibile* y finalmente, ectéticamente, estableciendo que dado el hecho de que dos términos extremos Π y P se aplican a todos los elementos de Σ, para cualquier elemento escogido inferiríamos que es un elemento de ambos extremos. Esta inferencia queda reconstruida como sigue:

$$\dfrac{\dfrac{\epsilon(c,\Sigma) \qquad A(\Sigma,\Pi)}{\epsilon(c,\Pi)}\text{(xEK3)} \qquad \dfrac{\epsilon(c,\Sigma) \qquad A(\Sigma,P)}{\epsilon(c,P)}\text{(xEK3)}}{\vdash I(\Pi,P)}\text{(xEK1)}$$

Como puede observarse, nuestra propuesta de la regla de inferencia usada aquí es $\in(c,x), A(x,y) \vdash \in(c,y)$ como *EK3*, es similar en forma a *Darii*, pero como es implicado, la diferencia esencial es el hecho que se toma un *individual* en el proceso; probamos que puede ser derivada de nuestras reglas primitivas con *DI* usando la hipótesis $\in(c,\sim y)$:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\epsilon(c,x) \qquad \epsilon(c,\sim y)}{I(x,\sim y)}\text{(xEK1)}}{\neg A(x,y)}\text{(xEK2)} \qquad A(x,y)}{\vdash \epsilon(c,y)}$$

En An.Pr.*30a1-14* es discutido como derivar conclusiones de una sentencia universal afirmativa y una particular negativa en la segunda y tercera figura usando a *Baroco* ($A(z,y), \neg A(x,y) \vdash \neg A(x,z)$) como ejemplo y concluyendo que el único método directo es el ectético: "*ἀλλ᾽ ἀνάγκη ἐκθεμένους ᾧ τινὶ ἑκάτερον μὴ ὑπάρχει, κατὰ τούτου ποιεῖν τόν συλλογισμόν; ἔσται γάρ ἀναγκαίως ἐπί τούτων;*" (30a, p. 9-11),[21] observamos en esta cita que es necesario exponer (*ἐκθεμένους*) algo (*ᾧ τινὶ*) en lo cual ningún término subsista (*ἑκάτερον μὴ ὑπάρχειν*), concordando con la interpretación de Cooke y Tredennick (Aristóteles, 1960, p. 240-241) de que esto solo puede ser

[21] "pero es necesario expuesto algo [donde] no subsista ninguno [de los dos términos], hacer razonamiento de esto; ciertamente será necesario en estos [casos]".

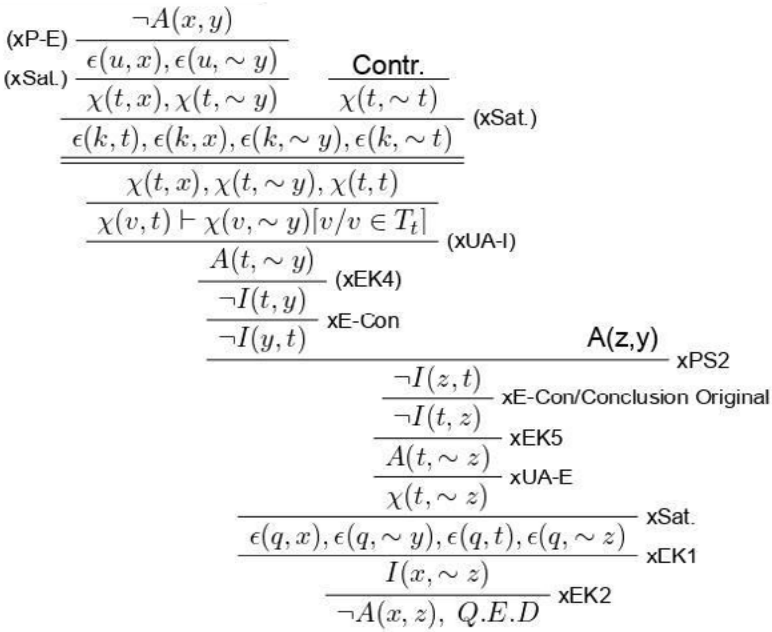
DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

logrado al tomar alguna parte del subconjunto de “*x*” y transmutarlo en su propio género “*t*”, donde naturalmente “*y*” no sería aplicado y por medio de *Celarent* nos permitiría inferir $\neg I(t,z)$, lo cual nuevamente implicaría al ser subconjunto de “*x*”, $\neg A(x,z)$; esto es justificado por lo que luego razona Aristóteles en *30a11-13* (que lo que se razona del todo de “*t*” se aplica como parte de “*x*”), pero como puede ser notado, dicha prueba requiere de una inferencia de nivel metalógico (al ejercerse sobre el lenguaje que habla de los géneros mismos y no su lenguaje objeto), en esta medida se propone una regla de conversión deducible de nuestras reglas primitivas que permite probar el silogismo con método ectético (como se verá en §3.6), esta es $A(x,y)\vdash\neg I(x,\sim y)$ cuyo razonamiento es que, dado que todo *todo Σ es un Π* , puede ser inmediata y correctamente inferido que ningún *ningún Σ es un no Π*, siendo la regla *EK4* derivada por DI de la siguiente forma:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\text{Contr.}}{I(x,\sim y)}}{\neg A(x,y)}\,(\text{xEK1}) \qquad A(x,y)}{\vdash \neg I(x,y)}$$

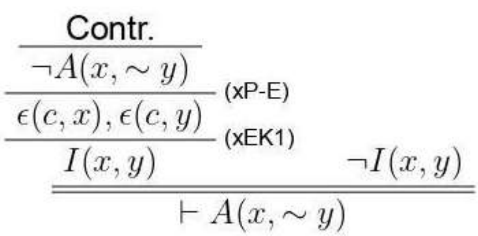
Por otro lado, y adelantándose a lo explicado hasta aquí, es posible de hecho esquematizar una prueba más parecida a la original usando el resto de reglas derivadas, así como la condición de saturación de §3.7. Dicha prueba procedería como:

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032



Donde sabemos que la cuantificación que resulta en *UA-I* es válida dado que por saturación *t* es una nueva instancia, siendo la única que satisface a *χ(t,t)* y por tanto, toda «*v*» que lo haga satisface *χ(v,~y)*. Por lo demás, que este sistema pueda expresar esta prueba formalmente radica en que el axioma de saturación establece una condición metalógica *bien definida*.

La última regla (*EK5*) no procede de alguna sección original, pero es una adición orgánica comportándose como inversión a la regla anterior, esta es ¬*I(x,y)*⊢*A(x,~y)*, derivada similarmente por *DI*:



DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

3.5 Lema. Inferencia del resto del núcleo canónico

Similarmente al lema anterior, se mostrará inductivamente que el resto de las reglas establecidas por Corcoran como componentes del núcleo inferencial de la silogística con los dos métodos de deducción establecidos pueden ser probados con nuestras reglas:

I-Con - : *I(x,y)⊢I(y,x)*:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{I(x,y)}{\neg A(x,\sim y)}\,\text{(xEK2)}}{\epsilon(c,x),\ \epsilon(c,y)}\,\text{(xP-E)} \qquad \dfrac{\dfrac{\text{Contr.}}{\neg I(y,x)}}{A(x,\sim y)}\,\text{(xEK4)}}{\epsilon(c,x),\ \epsilon(c,\sim x)}}{\vdash I(y,x)}$$

E-Con - *¬I(x,y)⊢¬I(y,x)*:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\text{Contr.}}{I(y,x)}}{I(x,y)}\,\text{xI-Con} \qquad \neg I(x,y)}{\vdash \neg I(y,x)}$$

Celarent (PS2) *- ¬I(y,z),A(x,y)⊢¬I(x,z)* :

$$\dfrac{\dfrac{A(x,y) \qquad \dfrac{\neg I(y,z)}{A(y,\sim z)}\,\text{EK4}}{A(x,\sim z)}\,\text{xPS1}}{\vdash \neg I(x,z)}\,\text{xEK5}$$

Darii (PS3) *-A(x,y),I(z,x)⊢I(z,y)*:

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{I(z,x)}{\neg A(z,\sim x)}\,\text{xEK2}}{\epsilon(c,z),\ \epsilon(c,x)}\,\text{xPE} \qquad A(x,y)}{\epsilon(c,z),\ \epsilon(c,y)}\,\text{xEK3}}{\vdash I(z,y)}\,\text{xEK1}$$

Ferio (PS4) - $\neg I(y,z), I(x,y) \vdash \neg A(x,z)$:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{I(x,y)}{\neg A(x,\sim y)}\,\text{xEK2}}{\epsilon(c,x),\ \epsilon(c,y)}\,\text{xP-E} \qquad \dfrac{\neg I(y,z)}{A(y,\sim z)}\,\text{xEK4}}{\epsilon(c,x),\ \epsilon(c,\sim z)}\,\text{xEK3}}{I(x,\sim z)}\,\text{xEK1}}{\vdash \neg A(x,z)}\,\text{xEK2}$$

3.6 Lema. Derivación completa de la silogística

Los 24 esquemas silogísticos aristotélicos pueden ser derivados de Φ_L y sus reglas derivadas usando deducción directa o indirecta.

La prueba es inductiva, asumiendo los subconjuntos apropiados $\{\gamma_i,\gamma_j\}\subset L$ tal que $\{\gamma_i,\gamma_j\}\subseteq\Gamma$ para cada silogismo, la proposición correcta pueda ser derivada. Mostraremos algunos ejemplos relevantes que muestran los tres mecanismos principales de Aristóteles para sus pruebas, y con interés especial, los que reproducen los tres casos ectéticos:

Cesare - $A(x,y), \neg I(z,y) \vdash \neg I(x,z)$:

$$\text{(xPS2)}\ \dfrac{\text{(xI-Con)}\ \dfrac{\neg I(z,y)}{\neg I(y,z)} \qquad A(x,y)}{\neg I(x,z)}$$

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Baroco - *¬A(x,y),A(z,y)⊢¬A(x,z)*:

$$\dfrac{\text{(xE-Con)}\ \dfrac{\text{(xEK4)}\ \dfrac{A(z,y)}{\neg I(z,\sim y)}}{\neg I(\sim y,z)} \qquad \dfrac{\dfrac{\neg A(x,y)}{\epsilon(c,x),\ \epsilon(c,\sim y)}\ \text{(xP-E)}}{I(x,\sim y)}\ \text{(xEK1)}}{\neg A(x,z)}\ \text{(xPS4)}$$

Darapti - *A(y,x),A(y,z)⊢I(x,z)*:

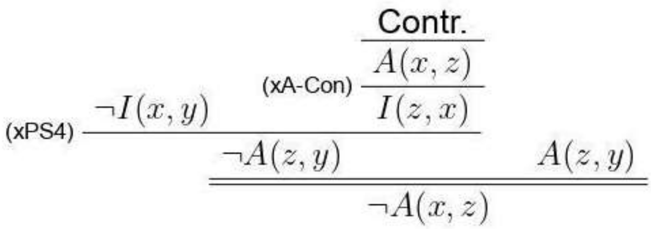
$$\dfrac{\dfrac{\text{(xP-E)}\ \dfrac{\text{(xEK2)}\ \dfrac{\text{(xI-Con)}\ \dfrac{\text{(xA-Con)}\ \dfrac{A(y,x)}{I(y,x)}}{I(x,y)}}{\neg A(x,\sim y)}}{\epsilon(c,x),\epsilon(c,y)} \qquad A(y,z)}{\epsilon(c,x),\ \epsilon(c,z)}\ \text{(xEK3)}}{I(x,z)}\ \text{(xEK1)}$$

Bocardo - *A(y,x),¬A(y,z)⊢¬A(x,z)*:

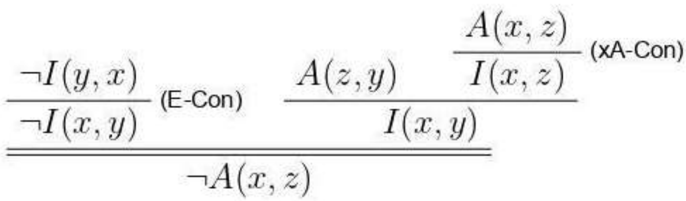
$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{A(y,x) \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg A(y,z)}{\epsilon(c,y),\ \epsilon(c,\sim z)}\ \text{(xP-E)}}{I(y,\sim z)}\ \text{(xEK1)}}{I(\sim z,y)}\ \text{(xI-Con)}}{I(\sim z,x)}\ \text{(xPS3)}}{I(x,\sim z)}\ \text{(xI-Con)}}{\neg A(x,z)}\ \text{(xEK2)}$$

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Camestrop - $\neg I(x,y), A(z,y) \vdash \neg A(x,z)$:



Camenop - $\neg I(y,x), A(z,y) \vdash \neg A(x,z)$:



El resto de los 18 silogismos son probados de manera obvia y no deberían de presentar ninguna dificultad para un lector interesado en poner el sistema a prueba.

Ahora procederemos a completar nuestro sistema sintáctico al establecer un algoritmo para extender un conjunto de $\mathcal{L}$-sentencias a uno *«saturado» maximalmente consistente*, que servirá como fundamento para realizar una prueba de completitud estilo Henkin. Seguimos el esquema general hecho por J. Martin (1997, p. 13-14) con los cambios inevitables en los casos de prueba necesarios, usando una propiedad de «correspondencia de dominios» funcionalmente análoga a la saturación de la Lógica de Primer Orden.[22]

[22] La tradición lógica contemporánea ha llamado «saturación» al primer paso del proceso de extensión de los conjuntos proposicionales en la prueba de completitud de Henkin, en donde para cualquier sentencia existencialmente cuantificada una instancia de la misma con un término $c \in \mathcal{L}$ es introducido a Γ, es decir: $\exists x\, A(x) \to A(c) \in \Gamma$ (Zach, 2022, p. 172), esto es por el hecho de que la satisfacción semántica y sintáctica de $\exists x\, A(x)$ depende de la existencia

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

3.7 Definición. Condición de saturación

Decimos que el conjunto Γ de sentencias del lenguaje aristotélico $\mathcal{L}$ es un *conjunto saturado* si satisface las condiciones siguientes:

- $\epsilon(u,x)\in\Gamma$ *sii* hay un $y\in T_t$ tal que para todo $t\in T_t$ tal que $\epsilon(u,t)\in\Gamma$ (t apareciendo como finito o infinito), es el caso que $\chi(y,t)\in\Gamma$.
- $\epsilon(x,y)\in\Gamma$ *sii* hay algún $u\in T_u$ tal que $\epsilon(u,x)\in\Gamma$.

También se puede decir que cualquier conjunto es dominio correspondiente si satisface estas condiciones. Filosóficamente hablando, el principio detrás de la correspondencia de dominios es la *epagogé* como se explora en §2, estableciendo que cualquier entidad concreta de T_u debe de instanciar un término de T_t análogo y viceversa, ya que cualquier "universal" es o una conceptualización de las senso-percepciones o el resultado de abstracciones de mayor nivel resultantes de la comparación de conceptos generados por estas.

Por otro lado, la expresión explícita de esta correlación es necesaria para probar la solidez y completitud en el sistema,[23] ya que por medio de esta

de un *testigo* que satisfaga la proposición sin aparecer en la original. Dado que el modelo que Henkin utiliza para la prueba es un universo contablemente infinito de «nombres», adjuntar las sentencias instanciadas es suficiente para satisfacer semánticamente a $\exists x\ A(x)$ y a la vez asegurar la solidez de la regla de inferencia de introducción existencial (Henkin, 1996, p. 151-153). Similarmente, K. Glashoff y J. Martin prevén que las proposiciones particulares tienen una situación similar ya que sus interpretaciones dependen de la existencia de un elemento en el cual ambos términos de la proposición subsistan, sin que el término mismo aparezca en la proposición, siguiendo la interpretación de Smith del ectesis, ambos autores determinan que la saturación puede ser satisfecha por la instanciación de dos proposiciones universales en las cuales el nuevo término aparece como sujeto, asegurando que haya un elemento en la intersección de los conjuntos de ambos términos (en Martin) o que no haya una contradicción intensional entre ellos (en Glashoff, 2011), en consecuencia queda asegurada la inferenciabilidad sólida de sus sistemas como en Henkin. Aunque también es necesaria una condición de saturación en el sistema presentado, dadas las divergencias esto se expresa como una correlación de testigos *entre dominios*, esto es necesario y suficiente para asegurar la solidez de las inferencias de universales a particulares, y también la satisfacción semántica de la afirmación de [carencia de] subsistencia de un término aristotélico en uno concreto para realizar la prueba de completitud.

23 Lastimosamente por la extensión que permite el formato de artículo, nos limitamos a proponer un modelo semántico que satisface dichas propiedades, pero sus pruebas quedarían reservadas para una siguiente ocasión.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

es de hecho posible determinar si un haz de términos aristotélicos que se aplican a una entidad concreta es semánticamente consistente o no con el resto de relaciones intencionales del sistema, pero conservando la discreción de las entidades mismas;[24] esto es particularmente necesario para mantener sólidas las inferencias que vienen de universales a entidades concretas (de otra manera, un conjunto de términos contradictorios puede ser afirmando de una entidad concreta, sin que se tomen como una contradicción intencional propiamente) y también asegura la posibilidad de completitud de sentencias concretas (al asegurar que de las sentencias que relacionan términos concretos y aristotélicos, sólo las necesarias y correctas condiciones intencionales con el resto de términos puede ser inferida).

3.8 Definición. Consistencia maximal

Dígase que Γi es maximalmente consistente, entonces es el caso que:

1. $\gamma_n \in \Gamma_i$ *sii* $\Gamma_i \vdash \gamma_n$
2. $\gamma_n \in \Gamma_i$ *sii* $C(\gamma_n) \notin \Gamma_i$
3. Exactamente uno de $\epsilon(u_j, t_k), \epsilon(u_j, {\sim}t_k) \in \Gamma_i$
4. Exactamente uno de $I(t_j, t_k), \neg I(t_j, t_k) \in \Gamma_i$
5. Exactamente uno de $\chi(t_j, t_k), \chi(t_j, {\sim}t_k) \in \Gamma_i$
6. Exactamente uno de $A(t_j, t_k), \neg A(t_j, t_k) \in \Gamma_i$
7. Al menos uno de $I(t_j, t_k), \neg A(t_j, t_k) \in \Gamma_i$
8. Al menos uno de $A(t_j, t_k), \neg I(t_j, t_k) \in \Gamma_i$

3.9 Teorema. Extensibilidad a saturación maximalmente consistente

Cualquier conjunto consistente de $\mathcal{L}$ es extensible a un conjunto saturado maximalmente consistente.

[24] Se podría asumir que llegado a este grado de interconectividad entre los dos universos de términos es innecesaria su separación, pero dos diferencias claves deben de remarcarse: (i) el hecho que las entidades concretas tienen una relación de múltiples a uno con el universo intencional de términos y (ii) que los concretos heredan elementos aristotélicos infinitos en las ε-relaciones, pero no entre los aristotélicos mismos por χ-relaciones; finalmente se debe de decir que mantenerlos separados provee de flexibilidad semánticas en la cualificación particular de otras diferenciaciones como puede ser observado en la propuesta §5.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Prueba

Iniciamos definiendo inductivamente una serie de subconjuntos de $\mathcal{L}$, Γ_i:

- Si A_n es $\chi(t_i,t_i)$ entonces $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n\}$.
- Si A_n es $\in(u_a,t_i)$ o $\in(u_n,\sim t_i)$:
  —$\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n\} \cup \{\chi(t_j,t_k)/\in(u_a,t_k) \in \Gamma_n\} \cup \{\chi(t_j,t_i)\}$ sino hay un $t_j \in T_t$ tal que $\{\{\chi(t_j,t_k)/\in(u_a,t_k) \in \Gamma_n\} \cup \{\chi(t_j,t_i)\}\} \subseteq \Gamma_n$ y $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ sea consistente.
  —$\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n\}$ si hay un $t_i \in T_t$ tal que $\{\chi(t_j,t_k)/\in(u_a,t_k) \in \Gamma_n\} \subseteq \Gamma_n$ y $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ sea consistente.
  —$\Gamma_{n+1}=\Gamma_n$ de otra manera.
- Si A_n es un $\chi(t_i,t_j)$ *o* $\chi(t_i,\sim t_j)$:
  —$\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n, \in(u_a,t_i)\}$ sino hay un $u_a \in T_u$ tal que $\in(u_a,t_i) \in \Gamma_n$ y $\Gamma_n \cup \{A_n, \in(u_a,t_i)\}$ sea consistente.
  —$\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n\}$ si hay un $u_a \in T_u$ tal que $\in(u_a,t_i) \in \Gamma_n$ y $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ sea consistente.
  —$\Gamma_{n+1}=\Gamma_n$ de otra manera.
- Si A_n es $A(t_i,t_j)$, $\neg A(t_i,t_j)$, ${}_I(t_i,t_j)$ *o* $\neg_I(t_i,t_j)$:
  —$\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n\}$ si $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es consistente.
  —$\Gamma_{n+1}=\Gamma_n$ de otra manera.

Primera aserción: Todos los Γ_i son consistentes.

Prueba

La prueba procede por inducción, asumiendo el caso base $\Gamma_i=\Gamma$ para algún Γ consistente con $|T_u|>0$ y $|T_t|>0$, entonces para cualquier Γ_n consiguiente se asumen los siguientes casos:

Caso 1. A_n es $\chi(t_i,t_i)$:

Tenemos que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ siempre es consistente, entonces $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n\}$. De otra forma, tómese por reductio que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es inconsistente, entonces necesariamente $\Gamma_n, A_n \vdash C(A_n)$ con $C(A_n)=\chi(t_i,\sim t_i)$, por lo que debe de haber un subconjunto de Γ_n tal que alguna aplicación de reglas de Φ_{L} genere la sentencia, sin embargo, la única regla de inferencia que la podría producir es *UA-E* significando que $\{A(t_i,\sim t_i)\} \in \Gamma_n$ y por tanto $\Gamma_n \vdash \chi(t_i,\sim t_i)$,

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

pero también se daría por *A-con* que $\Gamma_n \vdash I(t_i,\sim t_i)$ y en consecuencia por *EK1* se da $\Gamma_n \vdash \in(u_a,t_i),\in(u_a,\sim t_i)$, una contradicción, entonces $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es siempre consistente. [25]

Caso 2. A_n es $\in(u_a,t_i)$ o $\in(u_a,\sim t_i)$:

Tenemos que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es consistente o no. Si no lo es, entonces $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n$, Γ_n siendo consistente. Por otro lado, asumamos que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es consistente, entonces $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n\} \cup \{\chi(t_j,t_k)/\in(u_a,t_k)\in\Gamma_n\} \cup \{\chi(t_j,t_i)\}$ (en adelante y por simplicidad, $\Lambda=\{\chi(t_j,t_k)/\in(u_a,t_k)\in\Gamma_n\} \cup \{\chi(t_j,t_i)\}$) para un nuevo $t_j \in T_t$, como t_j es nuevo en Γ_n, no aparece en ninguna otra proposición de Γ_n y por tanto $\Gamma_n \cup \{A_n\} \cup \{\Lambda\}$ es consistente. Si asumimos por reductio que $\Gamma_n \cup \{A_n\} \cup \{\Lambda\}$ no es consistente, necesariamente $\Gamma_n, A_n, \Lambda \vdash C(A_n)$ y tenemos dos posibles subcasos, *(i)* $A_n=\in(u_a,t_i)$ *y* $\Gamma_n, \in(u_a,t_i), \Lambda \vdash \in(u_a,\sim t_i)$, entonces tenemos que $\Gamma_n, A_n \vdash B$ *y* $B, \Lambda \vdash \in(u_a,\sim t_i)$, pero, no hay hay una regla de inferencia que pueda deducir $\in(u_a,\sim t_i)$ con una χ-premisa, significando que si $B,\Lambda \vdash \in(u_a,\sim t_i)$, $B \vdash \in(u_a,\sim t_i)$ y luego $B=\in(u_a,\sim t_i)$, consecuentemente $\Gamma_n, A_n \vdash \in(u_a,\sim t_i)$, pero dado que $A_n=\in(u_a,t_i)$ se requeriría que $A(t_i,\sim t_i)\in\Gamma_n$ para deducir $\in(u_a,\sim t_i)$ por medio de (*EK3*), sin embargo y como en el caso anterior, esto implica por *A-con* y *EK1* que $\Gamma \vdash \in(u_a,t_i),\in(u_a,\sim t_i)$, una contradicción; similarmente es posible que $\in(u_a,\sim t_i)\cup\Gamma_n$ resultando que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es inconsistente para empezar por lo cual $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n$. Finalmente, téngase que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es consistente pero teniendo un $t_j \in T_t$ tal que $\{\Lambda\}\in\Gamma_n$, entonces $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n\}$, si por *reductio* fuese el caso que t_j no es nuevo y $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ no es consistente, de nuevo $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n$ y el conjunto es consistente. *(ii)* La prueba procede análogamente si $A_n=\in(u_a,\sim t_i)$, solo cambiando t_i a $\sim t_i$ (e inversamente) en los lugares apropiados, teniendo que el conjunto resultante siempre es consistente.

Caso 3. A_n es $\chi(t_i,t_j)$ o $\chi(t_i,\sim t_j)$:

Tenemos que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es consistente o no. Si no lo es, entonces $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n$, Γ_n siendo consistente. Por otro lado, asumamos que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es consistente, entonces $\Gamma_{n+1}=\Gamma_n \cup \{A_n, \in(u_a,t_i)\}$ para un nuevo $u_a \in T_u$, como u_a es un nuevo en

[25] Es fácil de ver que esto es básicamente el *principio de identidad* de Aristóteles, significando que la consistencia maximal (de por sí similar a una combinación de los principios del *tercero excluso* y *no-contradicción*) es suficiente para implicarlo. Inversamente, esto implica que en el algoritmo de extensión la sentencia $\chi(t_i, \sim t_i)$ para cualquier $t_i \in T_t$ jamás puede ser escogida.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Γ_n, no aparece en ninguna otra proposición de Γ_n, por lo cual $\Gamma_n \cup \{A_n, \in(u_a, t_i)\}$ es consistente. Si asumimos por reductio que $\Gamma_n \cup \{A_n, \in(u_a, t_i)\}$ no es consistente, necesariamente $\Gamma_n, A_n, \in(u_a, t_i) \vdash C(A_n)$ y hay dos subcasos, *(i)* $A_n = \chi(t_i, t_j)$ y $\Gamma_n, \chi(t_i, t_j), \in(u_a, t_i) \vdash \chi(t_i, \sim t_j)$, resultando que $\Gamma_n, A_n \vdash B$ *y* $B, \in(u_a, t_i) \vdash \chi(t_i, \sim t_j)$, pero el único B satisfactorio sería $B = \chi(t_i, \sim t_j)$ (ya que $\in(u_a, t_i)$ no participa de una regla adecuada), lo que significaría que $\Gamma_n, A_n \vdash \chi(t_i, \sim t_j)$ pero implicaría $\chi(t_i, \sim t_j) \in \Gamma_n$ por lo que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es inconsistente y entonces $\Gamma_{n+1} = \Gamma_n$ es igualmente consistente; *(ii)* $A_n = \chi(t_i, \sim t_j)$ *y* $\Gamma_n, \chi(t_i, \sim t_j), \in(u_a, t_i) \vdash \chi(t_i, \sim t_j)$, lo que nos lleva a concluir análogamente a *(i) que* $\chi(t_i, t_j) \in \Gamma_n$ por lo que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es inconsistente y entonces $\Gamma_{n+1} = \Gamma_n$ es igualmente consistente. Por último, asumamos que u_a no es nuevo y entonces $\in(u_a, t_i) \in \Gamma_n$, entonces $\Gamma_{n+1} = \Gamma_n \cup \{A_n\}$, si por reductio asumimos que siendo el caso que u_a no es nuevo, $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ no es consistente, y por lo tanto $\Gamma_{n+1} = \Gamma_n$ es siempre consistente.

Caso 4. A_n es $A(t_i, t_j)$, $\neg A(t_i, t_j)$, $I(t_i, t_j)$ *o* $\neg I(t_i, t_j)$:

Tenemos que $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es consistente o no. Si no lo es, entonces tenemos que $\Gamma_{n+1} = \Gamma_n$, Γ_n siendo consistente, de otra manera si $\Gamma_n \cup \{A_n\}$ es consistente, entonces $\Gamma_{n+1} = \Gamma_n \cup \{A_n\}$.

Se ha demostrado que para cualquiera de los cuatro casos siempre resulta un Γ_{n+1} consistente, y esto se aplicaría para cualquier Γ_i que sea construido con estos procesos. *Q.E.D.*

Aserción 2: $\Gamma \subseteq \cup\{\Gamma_i\}$.

Prueba: Esto se sigue trivialmente de que $\Gamma = \Gamma_i$ para algún *i*. *Q.E.D*

Aserción 3: $\cup\{\Gamma_i\}$ es consistente.

Prueba: Si por reductio asumimos que $\cup\{\Gamma_i\}$ es inconsistente, habría algún Γ_j que es inconsistente, pero si este fuera el caso entonces se seguiría que $\Gamma_{j+1} \neq \Gamma_j \cup \Gamma_{j-1}$ y por el lema, $\Gamma_{j+1} = \Gamma_{j-1}$, por lo tanto $\cup\{\Gamma_i\}$ no puede ser inconsistente. *Q.E.D*

Aserción 4: $\cup\{\Gamma_i\}$ es maximalmente consistente.

Prueba: Si asumimos por reductio que, ni $\gamma \in \cup\{\Gamma_i\}$ ni $C(\gamma) \in \cup\{\Gamma_i\}$, por el lema se tiene que tanto γ como $C(\gamma)$ son inconsistentes con $\cup\{\Gamma_i\}$, pero en ese caso para algún conjunto finito $\Delta \subset \Gamma_m$ y algún ρ tendríamos por derivación indirecta:

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

$$\text{(xIn-der)}\ \frac{\Lambda, \gamma \vdash \rho \qquad \Lambda, \gamma \vdash C(\rho)}{\Lambda \vdash C(\gamma)}$$

Es decir, dado que Λ contenga las sentencias que generan una contradicción con γ, seríamos capaces de inferir de sí mismo en una de las ramas una de las sentencias que, o contradice a γ directamente *($C(\gamma)$* siendo la inferencia de la otra rama), o una sentencia que contradice una posible inferencia de γ con otra sentencia de Λ (esta es, ρ); pero la misma situación aplicaría a $C(\gamma)$, y tendríamos que:

$$\text{(xIn-der)}\ \frac{\Lambda, C(\gamma) \vdash \pi \qquad \Lambda, C(\gamma) \vdash C(\pi)}{\Lambda \vdash \gamma}$$

Pero entonces $\gamma, C(\gamma) \in \Lambda$, lo que es una contradicción, por lo que Λ debe de ser maximalmente consistente. Q.E.D.

Aserción 5: $\cup\{\Gamma_t\}$ tiene la propiedad de correspondencia de dominios.

Teniendo que el conjunto $\cup\{\Gamma_t\}$ ha sido construido por medio del algoritmo 3.9, sabemos que sí $\in(u_a,t_j)\in\cup\{\Gamma_t\}$ para algún $t_j\in T_t$, entonces $\{\chi(y,v)/\in(u_a,v)\in\Gamma\}\subseteq\Gamma_n$ para algún $y\in T_t$ y todos los $v\in T_t$ tal que $\in(u_a,v)\in\Gamma_n$ para algún n excepto por, posiblemente, $\chi(y,t_j)\in\Gamma_{n+1}$, pero $\chi(y,t_j)\in\Gamma_{n+1}$, por lo que hay un $y\in T_t$ para el cual todos los $v\in T_t$ que cumplen $\in(u,v)\in\cup\{\Gamma_i\}$ satisface $\chi(y,v)\in\cup\{\Gamma_i\}$. Por otro lado, si una sentencia $\chi(t_j,t_k)\in\cup\{\Gamma_i\}$ entonces, $\chi(t_j,t_k)\in\Gamma_n$ para algún n y Γ_n es consistente (de otra manera la sentencia no pertenecería a $\cup\{\Gamma_i\}$), por lo que $\{\Gamma_i\}\cup\chi(t_j,t_k)$ es consistente también. Entonces necesariamente, hay un $u\in T_u$ tal que $\in(u,t_k)\in\cup\{\Gamma_i\}$, y como resultado $\{\chi(t_j,t_k),\in(u,t_k)\}\subseteq\{\cup\Gamma_i\}$. En consecuencia $\cup\{\Gamma_i\}$ tiene la propiedad de correspondencia de dominios. *Q.E.D.*

4 El sistema SAE como no-clásico

Si bien el sistema aquí presentado (que para los propósitos de esta discusión llamaremos SAE significando *silogística aristotélica epagógica*) no ha sido

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

caracterizado por medio de los operadores clásicos del sistema proposicional de primer orden, esto no significa que su estructura implícita no sea expresable por el mismo, y así, que sea posible reconstruir un operador de consecuencia análogo. El propósito de esta sección será probar que, en efecto, *el sistema de primer orden es incapaz de reproducir la misma estructura inferencial que el sistema SAE*, y que siguiendo a Haack (1996), *este último es un sistema divergente*.

Partimos de la afirmación que, si el sistema *SAE* es un sistema estándar, sería posible establecer un mapa entre las funciones proposicionales del mismo y otra serie análoga de funciones de *FOL* (*first order logic*), [26] y que por medio del conjunto de reglas inferenciales Φ_{FOL} se conservan las operaciones de *SAE*, es decir, que existe un homomorfismo entre L_{SAE} y algún subconjunto de L_{FOL} tal que $\Phi_{FOL} \approx \Phi_{SAE}$, por tanto, encontrar un ejemplo tal que $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n \vdash_{(\Phi AEE)} \psi$, *pero* $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n \nvdash_{\Phi FOL} \psi$, sería suficiente para probar que el sistema en cuestión es divergente siguiendo la segunda categoría propuesta por Haack, en tanto pueden haber coincidencias entre las fórmulas bien formadas de ambos sistemas, pero el conjunto de inferencias válidas difiere (Haack, p. 4).

4.1 Reconstrucción de $\mathcal{L}_{SAE}$ en un sistema poli-ordenado

Es posible simular muchas de las propiedades del lenguaje propuesto aquí utilizando técnicas clásicas *poli-ordenadas* (*many-sorted*) sobre los dos órdenes de términos utilizados anteriormente, T_t *y* T_u, además, sería necesario agregar dos predicados monádicos (que categorizarían a los elementos en uno de los órdenes), dos binarios (análogos a los operadores ε y χ) y una función unaria (denotando el conjunto representado por un término infinito), cada operador puede ser representado por el tuplo de signatura $S(x)=<i_1,...,i_n,i_0>$, donde $i_0=0$ si hablamos de un predicado o $i_0=1$ si es una función, mientras que cada i_j $(j>0)$ representa el orden del elemento en la respectiva posición del operador, con la opción de los valores *u* o *t*; definimos entonces los nuevos operadores como:

[26] No tomamos en cuenta sistemas de orden mayor, en la medida que como se observará a continuación, las diferencias resultantes entre ambos sistemas no se deben a la jerarquía sobre la que se cuantifica.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

- $S(T)=<t,0>$
- $S(U)=<u,0>$
- $S(\wedge)=<t,1>;$
- $S(\varepsilon)=<u,t,0>$
- $S(\chi)=<t,t,0>$

Definiendo a la función de término infinito como $\hat{x}$: $x \in T_t \longrightarrow \{\{\forall y/ Ty \wedge \chi(y,x)\} \cup \{x\}\} \setminus T_t$.

Dados estos elementos, podemos reconstruir los tipos de proposiciones de *SAE* de la siguiente manera:[27]

- $\varepsilon(a,b)_{SAE} \approx_{FOL} Ua \wedge Tb \wedge \varepsilon(a,b)$
- $\varepsilon(a,\sim b)_{SAE} \approx_{FOL} \exists x/Ua \wedge Tb \wedge (x \in \hat{b}) \wedge \varepsilon(a,x)$
- $\chi(a,b)_{SAE} \approx_{FOL} Ta \wedge Tb \wedge \chi(a,b)$
- $\chi(a,\sim b)_{SAE} \approx_{FOL} \exists x/Ta \wedge Tb \wedge (x \in \hat{b}) \wedge \varepsilon(a,b)$
- $A(a,b)_{SAE} \approx_{FOL} \forall x/Ta \wedge Tb \wedge ((Tx \wedge \chi(x,a)) \longrightarrow \chi(x,b))$
- $A(\sim a,\sim b)_{SAE} \approx_{FOL} \forall x,\exists y,\exists z/Ta \wedge Tb \wedge (y \in \hat{a}) \wedge (z \in \hat{b})$
- $\wedge((Tx \wedge \chi(x,y)) \longrightarrow \chi(x,z))$
- $I(a,b)_{SAE} \approx_{FOL} \exists x/Ux \wedge Ta \wedge Tb \wedge \varepsilon(x,a) \wedge \varepsilon(x,b)$
- $I(\sim a,\sim b)_{SAE} \approx_{FOL} \exists x,\exists y,\exists z/Ux \wedge Ta \wedge Tb \wedge (y \in \hat{a}) \wedge (z \in \hat{b}) \wedge \varepsilon(x,y) \wedge \varepsilon(x,z)$
- $\neg A(a,b)_{SAE} \approx I(a,\sim b)_{FOL}$
- $\neg I(a,b)_{SAE} \approx A(a,\sim b)_{FOL}$[28]

Sin embargo, se mostrará que aun pudiendo reconstruir una estructura sintáctica muy similar a L_{SAE}, los principios inferenciales de *FOL* son incapaces de reproducir al operador de cierre Φ_{SAE}.

4.2 Contraejemplos al homomorfismo entre $\mathcal{L}_{SAE}$ y $\mathcal{L}_{FOL}$

[27] Por el espacio, ignoramos algunas permutaciones de términos finitos e infinitos en las proposiciones A e I, pero sus formas deberían de resultar intuitivas.

[28] Se podría argumentar en un plano interpretativo, que el hecho de utilizar al lenguaje de primer orden como intermediario entre un lenguaje natural y SAE elimina las sutilezas entre las proposiciones negativas y afirmativas, al reducirlas a meras equivalencias con negaciones de términos respectivas.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Existen al menos dos reglas dentro de Φ_{SAE} que no pueden ser conservadas por Φ_{FOL}, estas son las reglas *UA-E* y *A-con*, en ambas la inferencia clásica eventualmente llega a un impase dado que la interpretación realizada de la estructura sintáctica aristotélica posee compromisos adicionales no implícitos en *FOL*, requiriendo la adición de principios proposicionales suplementarios que caracterizan apropiadamente el comportamiento de algunos de los operadores construidos en §4.1 más allá de las capacidades sintácticas clásicas, como se observa a continuación:

Caso 1. UA-E:

$$\cfrac{\cfrac{\forall x/Ta \wedge Tb \wedge ((Tz \wedge \chi(x,a)) \rightarrow \chi(x,b))}{Ta \wedge Tb \wedge ((Ta \wedge \chi(a,a)) \rightarrow \chi(a,b))}\;(\mathrm{x}\forall - E)}{Ta \wedge ((Ta \wedge \chi(a,a)) \rightarrow \chi(a,b))}\;(\mathrm{x\&\text{-}E})$$

Como se ve, es imposible completar la condición del *modus ponens* a partir de la única premisa presentada, pues ninguno de los tres componentes separables por la *regla de eliminación de la conjunción* pueden generar (individualmente o en conjunto) la proposición $\chi(a,a)$, sin embargo, se propone la anexión del principio *SAE-1:* $Tp \vdash \chi(p,p)$, , para poder completar la regla original de la siguiente manera:

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\forall x/Ta \wedge Tb \wedge ((Tz \wedge \chi(x,a)) \rightarrow \chi(x,b))}{Ta \wedge Tb \wedge ((Ta \wedge \chi(a,a)) \rightarrow \chi(a,b))}\;(\mathrm{x}\forall\text{ -E})}{Ta \wedge ((Ta \wedge \chi(a,a)) \rightarrow \chi(a,b))}\;(\mathrm{x\&\text{-}E}) \qquad \cfrac{\cfrac{\cfrac{\forall x/Ta \wedge Tb \wedge ((Tz \wedge \chi(x,a)) \rightarrow \chi(x,b))}{Ta \wedge Tb \wedge ((Ta \wedge \chi(a,a)) \rightarrow \chi(a,b))}\;(\mathrm{x}\forall\text{ -E})}{Ta}\;(\mathrm{x\&\text{-}E})}{\chi(a,a)}\;(SAE-I)}{Ta \wedge \chi(a,a) \wedge ((Ta \wedge \chi(a,a)) \rightarrow \chi(a,b))}\;(\& - I)}{\chi(a,b)}\;(MP)$$

Es fácil notar, que esta solución expresa una de las características de la instanciación de conjuntos aristotélicos clásicamente criticada por Russell (Goddard, 2000), pero que sin duda es parte importante de la perspectiva aristotélica, *la importación existencial*.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Caso 2. *A-Con*:

El problema presente en esta regla es más inmediato, pues tal como sucede en la lógica modal, sin el establecimiento de un principio que correlacione directamente a dos operadores es imposible realizar alguna inferencia que permita instanciar uno a partir del otro, en este caso, las sentencias ε implícita en el particular afirmativo *I* a partir de la sentencia χ igualmente implícita en la universal afirmativa *A*; dada que la condición interpretativa obliga a estas dos sentencias a ser construidas desde operadores distintos para conservar la estructura de *SAE*, es inevitable que su coinferenciabilidad se encuentra minada. Como posible solución, se propone un principio análogo a uno de los expuestos en §3.7, este es *SAE-2:* $\chi(p,q)\vdash\exists x/Ux\wedge\varepsilon(x,p)\wedge\varepsilon(x,q)$, generando la siguiente inferencia (utilizando también la regla probada anteriormente):[29]

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\forall x/Ta\wedge Tb\wedge((Tz\wedge\chi(x,a))\rightarrow\chi(x,b))}{\chi(a,b)}\,(UA-E)}{\exists x/Ux\wedge\epsilon(x,a)\wedge(x,b)}\,(SAE-2)}{Uc\wedge\epsilon(c,a)\wedge(c,b)}\,(\exists\text{-E})\qquad\dfrac{\forall x/Ta\wedge Tb\wedge((Tz\wedge\chi(x,a))\rightarrow\chi(x,b))}{Ta\wedge Tb}\,(\&\text{-E})}{Uc\wedge Ta\wedge Tb\wedge\epsilon(c,a)\wedge\epsilon(c,b)}\,(\&\text{-I})}{\exists x/Ux\wedge Ta\wedge Tb\wedge\epsilon(x,a)\wedge\epsilon(x,b)}\,(\exists\text{-I})$$

De esta manera, se hace patente que el sistema presentado aquí es *divergente* del sistema clásico, pues si bien es posible establecer un mapa $L_{SAE}\longrightarrow L_{FOL}$ para cualquier función proposicional de *SAE*, no es posible replicar la estructura inferencial misma con el operador básico de FOL requiriendo la extensión $\Phi_{FOL}\cup\{SAE\text{-}1,SAE\text{-}2\}$.

5 Posibilidad de una interpretación semántica para este lenguaje

Finalizamos este artículo con la propuesta de *un sistema de interpretación mixta* que podría modelar apropiadamente nuestro lenguaje, los elementos principales que constituyen esta estructura semántica serían:

[29] Similarmente, sin el uso de estos dos principios, tampoco sería posible probar el silogismo Barbara.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

1. U el dominio de los objetos atómicos o concretos.
2. K el dominio de las propiedades fundamentales o *categorías aristotélicas*.
3. Dado un índice n, definimos el conjunto G como $K_0 \subset K \times K_1 \subset K \times \ldots \times K_n \subset K$, es decir, $\subset 2 \wedge K$.
4. T_u el conjunto de los términos «atómicos».
5. T_t el conjunto de los términos «aristotélicos».
6. T es el dominio de todos los términos del lenguaje aristotélico L_{SAE}, es decir, $T = T_u \cup T_t$.

Con estos elementos sería posible establecer las siguientes definiciones:

5.1. Definición. Interpretación mixta

Un tuplo (M, a, i), que consiste de $M = 2^T \times 2^T$, una función a:$U \cup G \longrightarrow T$ definida como $a_u\ (x) = t \in T_u$ cuando $x \in U$ *o* $a_k\ (x) = t \in T_t$ cuando $x \in G$, y otra función $i{:}T \cup L \longrightarrow M \cup \{verdadero, falso\}$, constituyen una interpretación mixta de la sintaxis aristotélica *sii*:

1. Si $x \in T_u$, $i(x) = (s(x), \sigma(x)) \in M, s(x) \neq \varnothing$ *y* $s(x) \cap \sigma(x) = \varnothing$, donde $s(x) = \{y \in T_t | \in(x,y) \in \Gamma\}$ *y* $\sigma(x) = \{y \in T_t | \in(x,\sim y) \in \Gamma\}$.
2. Si $x \in T_t$, $i(x) = (s(x), \sigma(x)) \in M, s(x) \neq \varnothing$ y $s(x) \cap \sigma(x) = \varnothing$, donde $s(x) = \{x\} \cup \{y \in T_t | \chi(x,y) \in \Gamma\}$ y $\sigma(x) = \{y \in T_t | \neg I(x,y) \in \Gamma\} \cup \{y \in s(\sim z) | \neg I(x, \sim z)\}$.
3. Si $x \in T_t$, $i(\sim x) = (s(\sim x), \sigma(\sim x)) \in M, s(x) \neq \varnothing$ y $s(\sim x) \cap \sigma(\sim x) = \varnothing$, donde $s(\sim x) = \{T_t \backslash \sigma(\sim x)\}$ *y* $\sigma(\sim x) = \{x\} \cup \{y \in T_t | \chi(y,x)\}$.
4. Si $\varphi \in L_{SAE}$ entonces:

   a. *Si* $\phi = \in(x,y), x \in T_u, y \in T_t, i(\phi) =$ *verdadero sii* $s(x) \supseteq s(y)$ *y* $\sigma(x) \supseteq \sigma(y)$;
   b. *Si* $\phi = \in(x,\sim y), x \in T_u, y \in T_t, i(\phi) =$ *verdadero sii* $s(\sim y) \supseteq s(x)$ *y* $\sigma(x) \cap \sigma(\sim y) \neq \varnothing$;
   c. *Si* $\phi = I(x,y), x \in T_t, y \in T_t, i(\phi) =$ *verdadero sii hay un* $z \in T_u$ *tal que* $\in(z,x) =$ *verdadero y* $\in(z,y) =$ *verdadero;*
   d. *Si* $\phi = \neg A(x,y), x \in T_t, y \in T_t, i(\phi) =$ *verdadero sii hay un* $z \in T_u$ *tal que* $\in(z,x) =$ *verdadero y* $\in(z,y) =$ *falso;*

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

e. *Si* $\phi=\chi(x,y), x\in T_t, y\in T_t, i(\phi)=$*verdadero sii* $s(x)\supseteq s(y)$ *y* $\sigma(x)\supseteq\sigma(y)$;
f. *Si* $\phi=\chi(x,\sim y), x\in T_t, y\in T_t, i(\phi)=$*verdadero sii* $s(x)\cap\sigma(\sim y)=\varnothing$;
g. *Si* $\phi=\neg I(x,y), x\in T_t, y\in T_t, i(\phi)=$*verdadero sii para todo* $z\in T_t$ *tal que* $\chi(z,x)=$*verdadero, es el caso que* $\chi(z,y)=$*falso;*
h. *Si* $\phi=A(x,y), x\in T_t, y\in T_t, i(\phi)=$ *verdadero sii para todo* $z\in T_t$ *tal que* $\chi(z,x)=$*verdadero, es el caso que* $\chi(z,y)=$ *verdadero;*

Es una interpretación mixta para el lenguaje aristotélico L_{SAE}.

Agregamos la siguiente definición para aclarar lo referido por *modelo del lenguaje aristotélico*.

5.2. Definición. Modelo mixto

Dado un universo de objetos A tal que haya un subconjunto $U\subseteq A$ *de objetos distintos de otro subconjunto* $K\subseteq A$ *con* $U\cup K=A$*, y el tuplo (M, a, i) como en la definición 4.1, decimos que* $(A,M,a,i)=A$ *es un modelo de* $\mathcal{L}$ *con semántica mixta si para todo* $u\in U$, $a(u){:}u\longrightarrow T_u$ *y para cualquier* $k\in 2^K$, $a(k){:}k\longrightarrow T_t$.

Esta semántica se basa fundamentalmente en la de Glashoff (2011), usando la notación s-σ desarrollada por Leibniz (1989) para generar dos conjuntos para cada término (atómico o aristotélico) que esencialmente representa todas las cosas que algo *necesariamente* es y las cosas que *necesariamente* no es, esta es una representación binómica efectiva de las relaciones ontológicas expresada por las proposiciones universales como resultado de su intencionalidad. Sin embargo, hay divergencia con la interpretación de las proposiciones particulares hecha por Glashoff, ya que al reproducir las relaciones del cuadrado de oposición con una interpretación puramente intencional, la proposición particular toma una forma que recuerda a un estado de *posibilidad modal* más que la manifestación actual de dos substancias en un objeto, por ejemplo, tenemos que *Ixy = true iff* $s(x)\cap\sigma(y)=\varnothing$ *y* $s(y)\cap\sigma(x)=\varnothing$, lo que esencialmente significa que la proposición es verdadera por el hecho de que nada que sea incompatible con *y* está en la intensión de "x" e inversamente, y aunque es cierto que solo lo no-contradictorio puede existir, esto no implica que en virtud de su no-contradicción debe de *actualmente existir*, aún más, es claro que el uso de la palabra

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

ἔσται en el contexto de la proposición en Aristóteles conlleva precisamente la connotación del estado de existencia actual de un objeto en donde las propiedades o substancias se manifiestan. Naturalmente, una semántica puramente intencional no tiene otra opción sino la similitud a una teoría de significado modal, pero dado que la semántica aquí presentada es mixta, podemos conservar el significado ostensivo de las proposiciones particulares probablemente pretendida por Aristóteles, y a la vez poder preservar las relaciones de necesidad conceptual entre las substancias por su intensión, si bien con algún costo sobre la economía computacional.

Esta propuesta se puede probar tanto sólida como completa, aunque esto deberá dejarse para una próxima ocasión dado el espacio disponible.

6 Conclusión

De esta manera queda constituido el sistema lógico-sintáctico no clásico propuesto por medio de las herramientas de las lógicas algebraicas y basado en la silogística de Aristóteles, capaz de integrar el método ectético con un carácter ostensivo apropiado, así como con la capacidad de ejecutar computacionalmente el proceso epagógico pretendido originalmente como el contexto original de la silogística, el cual permite la constitución de nuevos géneros desde la paulatina acumulación de información proposicional de distintas entidades ostensivas y las propiedades senso-perceptivas que presentan, esto ha sido posibilitado por la integración orgánica de dos herramientas conceptuales: los términos infinitos y dos universos discursivos distintos; adicionalmente, el andamiaje inferencial que ata a este sistema puede ser entendido como una extensión de un sistema de primer orden poli-ordenado al adicionar dos teoremas no deducibles (*SAE-1 y SAE-2*), estos completan y caracterizan el comportamiento de los nuevos operadores ε y χ más allá del núcleo FOL, de acuerdo a la interpretación proposicional hecha del canon aristotélico y de las intenciones epistemológicas en el mismo.

De manera directa, este sistema podría ser utilizado como una herramienta de generación y organización de redes semánticas que expresarían las relaciones conceptuales de las categorías generadas por las entidades de distintas ontologías en diversas ramas de investigación. Por otro lado, se espera que el proceso de creación de este sistema sirva como ejemplificación

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

de una metodología específica de logicización, siendo ejecutada en tres momentos: hermenéutico, formalizador y sistematizador-deductivo.

Fuentes consultadas

Aristóteles (1998). *Metafísica de Aristóteles.* Madrid: Gredos.

Aristóteles (1975). *Aristotle's Metaphysics, Vol. 2*. Londres: Oxford University Press.

Aristóteles (1962). *Categories, De Interpretione and Prior Analytics*. Londres: Harvard University Press.

Aristóteles (1960). *Posterior Analytics and Topica*. Londres: Harvard University Press.

Corcoran, J. (1972). Completeness of an Ancient Logic. En *Journal of Symbolyc Logic*. Vol. 37. Núm. 4. pp. 696-702.

Czelakowski, J. (2001). *Protoalgebraic Logics*. Leiden: Springer.

de Rijk, L. (2002a). *Aristotle: Semantics and Ontology Vol. 1: General Introduction, The Works on Logic*. Leiden: Brill.

de Rijk, L. (2002b). *Aristotle: semantics and ontology Vol. 2: The Metaphysics, Semantics in Aristotle's Strategy of Argument*. Leiden: Brill.

Dummett, M. (1991). Inference and Truth. En M. Dummet (Ed.). *The Logical Basis of Metaphysics*. pp. 40-60. Cambridge: Harvard University Press.

Dutilh, C. (2012). *Formal Languages in Logic: a Philosophical and Cognitive Analysis*. Cambdrige: Cambridge University Press.

Dutilh, C. (2007). *Formalizing Medieval Logical Theories: Suppositio, Consequentiae and Obligationes*. Leiden: Springer.

Goddard, L. (2000). The Inconsistency of Aristotelian Logic? En *Australasian Journal of Philosophy*. Vol. 78. Núm. 4. pp. 434-437. DOI: doi:10.1080/00048400012349731

Glashoff, K. (2011). An Intensional Leibniz Semantics for Aristotelian Logic. En *The Review of Symbolic Logic*. Vol. 3. Núm. 2. pp. 262-272. DOI: doi:10.1017/S1755020309990396.

Glashoff, K. (2005). Aristotelian Syntax from a Computational-Combinatorial Point of View. En *Journal of Logic and Computation*. Vol. 15. Núm. 6. pp. 949-973.

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032

Haack, S. (1996). *Deviant Logic, Fuzzy Logic: Beyond the Formalism*. Chicago: University of Chicago Press.

Henkin, L. (1996). The Discovery of my Completeness Proofs. En *Association for Symbolic Logic*. Vol. 2. Núm. 2. pp. 127-158.

Leibniz, G. (1989). Two Studies in the Logical Calculus. En L. Loemker (Ed.). *Philosophical Papers and Letters*. pp. 235-247. Estados Unidos: Kluwer academic publishers.

Lukasiewicz, J. (1979). On the History of the Logic of Propositions. En *Lukasiewicz selected works*. pp. 197- 218. Estados Unidos: North Holland Publishing Company.

Lukasiewicz, J. (1957). Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic. Estados Unidos: Oxford University Press.

Martin, J. (1997). Aristotle's Natural Deduction Reconsidered. En *History and Philosophy of Logic*. Vol. 18. Núm. 1. pp. 1-15.

Quine, W. (1962). *Los métodos de la lógica*. Barcelona: Ariel.

Reichenbach, H. (1952). The syllogism revised. En *Philosophy of Science*. Vol. 19. Núm. 1. pp. 1-16.

Smith, R. (1983). Completeness of Ecthetic Syllogistic. En *Notre Dame Journal of Formal Logic*. Núm. 24. pp. 224-232.

Tarski, A. (1977). *Introducción a la lógica y a la metodología de las ciencias deductivas*. Madrid: Espasa-Calpe.

Zach, R. (2022). *Sets, Logic, Computation*. San Diego: LibreTexts.

Fecha de recepción: 8 de abril de 2023
Fecha de aceptación: 26 de julio de 2023

DOI: https://doi.org/10.29092/uacm.v20i53.1032